

4. a) Explique cómo factorizar un trinomio cuadrado perfecto.
 b) Mediante el procedimiento que explicó en la parte a), factorice $x^2 + 12x + 36$.
5. Proporcione la fórmula para factorizar la suma de dos cubos.
6. Proporcione la fórmula para factorizar la diferencia de dos cubos.
7. El polinomio $x^2 + 14x - 49 = (x + 7)(x - 7)$, ¿está factorizado de manera correcta? Explique.
8. El polinomio $x^2 + 14x + 49 = (x + 7)^2$, ¿está factorizado de manera correcta? Explique.
9. El polinomio $x^2 - 81 = (x - 9)^2$, ¿está factorizado de manera correcta? Explique.
10. El polinomio $x^2 - 64 = (x + 8)(x - 8)$, ¿está factorizado de manera correcta? Explique.

Práctica de habilidades

Utilice la fórmula para la diferencia de dos cuadrados o la fórmula del trinomio cuadrado perfecto para factorizar cada polinomio.

11. $x^2 - 81$
 14. $1 - 9x^2$
 17. $25 - 16y^4$
 20. $\frac{1}{25} - z^2$
 23. $0.04x^2 - 0.09$
 26. $144 - (a + b)^2$
 29. $x^2 + 10x + 25$
 32. $4 + 4a + a^2$
 35. $0.81x^2 - 0.36x + 0.04$
 38. $b^4 - 16b^2 + 64$
 41. $(y - 3)^2 + 8(y - 3) + 16$
 44. $p^2 + 2pq + q^2 - 16r^2$
 47. $9a^2 - 12ab + 4b^2 - 9$
 50. $z^6 + 14z^3 + 49$
12. $x^2 - 25$
 15. $1 - 49b^2$
 18. $49 - 144b^4$
 21. $x^2y^2 - 121c^2$
 24. $0.16p^2 - 0.81q^2$
 27. $a^2 - (3b + 2)^2$
 30. $b^2 - 18b + 81$
 33. $36p^2q^2 + 12pq + 1$
 36. $0.25x^2 - 0.40x + 0.16$
 39. $(a + b)^2 + 6(a + b) + 9$
 42. $a^4 - 2a^2b^2 + b^4$
 45. $25 - (x^2 + 4x + 4)$
 48. $(4a - 3b)^2 - (2a + 5b)^2$
13. $a^2 - 100$
 16. $x^2 - 81z^2$
 19. $\frac{1}{100} - y^2$
 22. $5a^2c^2 - 20x^2y^2$
 25. $36 - (x - 6)^2$
 28. $(2c + 3)^2 - 9$
 31. $49 - 14t + t^2$
 34. $4x^2 - 20xy + 25y^2$
 37. $y^4 + 4y^2 + 4$
 40. $(x + y)^2 + 2(x + y) + 1$
 43. $x^2 + 6x + 9 - y^2$
 46. $49 - (c^2 - 8c + 16)$
 49. $y^4 - 6y^2 + 9$

Factorice mediante la fórmula para la suma o diferencia de dos cubos.

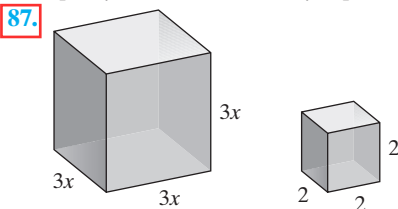
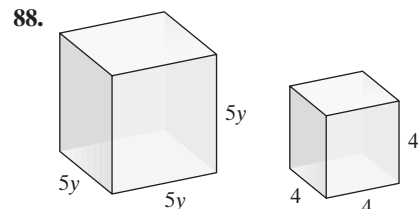
51. $a^3 + 125$
 54. $8 - b^3$
 57. $27y^3 - 8x^3$
 60. $2b^3 - 250c^3$
 63. $(x + 1)^3 + 1$
 66. $(2x + y)^3 - 64$
52. $x^3 - 27$
 55. $p^3 - 27a^3$
 58. $6x^3 + 48y^3$
 61. $x^6 + y^9$
 64. $(a - 3)^3 + 8$
 67. $b^3 - (b + 3)^3$
53. $64 - a^3$
 56. $w^3 - 216$
 59. $16a^3 - 54b^3$
 62. $16x^6 - 250y^3$
 65. $(a - b)^3 - 27$
 68. $(m - n)^3 - (m + n)^3$

Factorice usando una de las fórmulas especiales para factorizar.

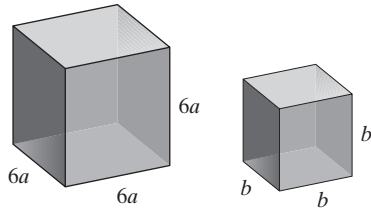
69. $a^4 - 4b^4$
 72. $25y^2 - 81x^2$
 75. $x^3 - 64$
 78. $a^4 + 12a^2 + 36$
 81. $x^2 - 2x + 1 - y^2$
 84. $4r^2 + 4rs + s^2 - 9$
70. $121y^4 - 49x^2$
 73. $(x + y)^2 - 16$
 76. $3a^2 - 36a + 108$
 79. $a^4 + 2a^2b^2 + b^4$
 82. $16x^2 - 8xy + y^2 - 4$
 85. $(m + n)^2 - (2m - n)^2$
71. $49 - 64x^2y^2$
 74. $25x^4 - 81y^6$
 77. $9x^2y^2 + 24xy + 16$
 80. $8y^3 - 125x^6$
 83. $(x + y)^3 + 1$
 86. $(r + p)^3 + (r - p)^3$

Resolución de problemas

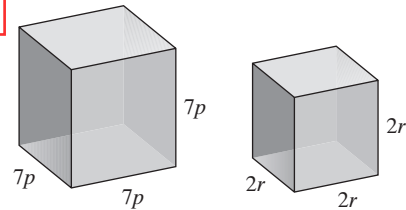
Volumen En los ejercicios 87 a 90, determine una expresión, en forma factorizada, para calcular la diferencia entre los volúmenes de cada pareja de cubos. Vea el ejemplo 14.



89.

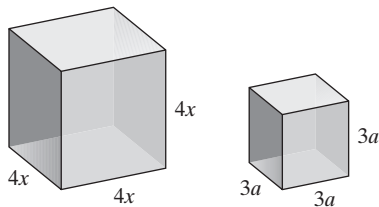


90.

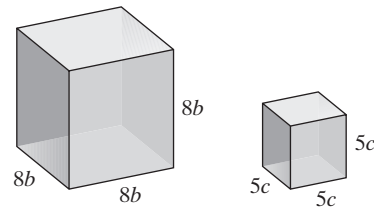


Volumen En los ejercicios 91 y 92, determine una expresión, en forma factorizada, para calcular la suma de los volúmenes de cada pareja de cubos.

91.



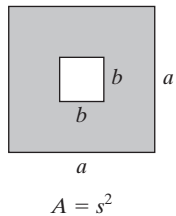
92.



Área o volumen En los ejercicios 93 a 97, **a)** determine el área o volumen de la figura sombreada mediante la sustracción del área o volumen más pequeño del más grande. La fórmula para encontrar el área o volumen se indica debajo de cada figura. **b)** Escriba la expresión obtenida en la parte **a)** en forma factorizada. Parte del MFC de los ejercicios 94, 96 y 97 es π .

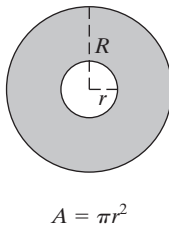
93.

Cuadrados



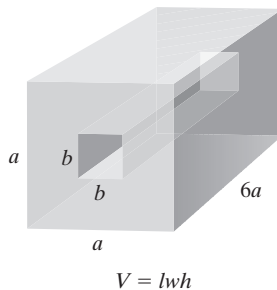
94.

Círculos



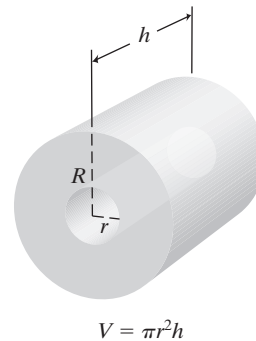
95.

Sólido rectangular



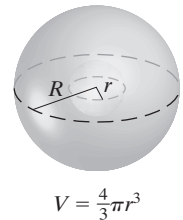
96.

Cilindro

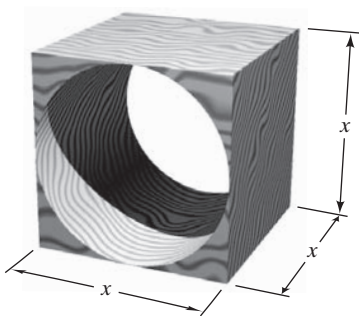


97.

Esfera



98. **Área y volumen** Se hace un agujero circular en un cubo de madera, tal como se muestra en la figura.

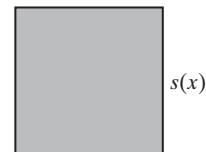


- a)** Escriba una expresión en forma factorizada, en términos de x , para calcular el área de la sección transversal de la madera restante.
- b)** Escriba una expresión en forma factorizada, en términos de x , para calcular el volumen de la madera restante.

99. Determine dos valores de b que hagan de $4x^2 + bx + 9$ un trinomio cuadrado perfecto. Explique cómo determinó su respuesta.

100. Determine dos valores de c que hagan de $16x^2 + cx + 4$ un trinomio cuadrado perfecto. Explique cómo determinó su respuesta.
101. Determine el valor de c que harán de $25x^2 + 20x + c$ un trinomio cuadrado perfecto. Explique cómo determinó su respuesta.
102. Determine el valor de d que hace de $49x^2 - 42x + d$ un trinomio cuadrado perfecto. Explique cómo determinó su respuesta.
103. **Área** Una fórmula para calcular el área de un cuadrado es $A = s^2$, donde s es la longitud de un lado. Suponga que el área de un cuadrado es la que se indica a continuación.

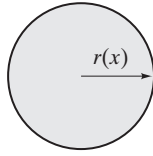
$$A(x) = 25x^2 - 30x + 9$$



- a)** explique cómo determinar la longitud del lado x , $s(x)$,
- b)** determine $s(x)$,
- c)** determine $s(2)$.

104. **Área** La fórmula para calcular el área de un círculo es $A = \pi r^2$, donde r es el radio. Suponga que el área de un círculo es la que se indica a continuación,

$$A(x) = 9\pi x^2 + 12\pi x + 4\pi$$



- explique cómo determinar el radio, $r(x)$,
 - determine $r(x)$,
 - determine $r(4)$.
105. Factorice $x^4 + 64$ escribiendo la expresión como $(x^4 + 16x^2 + 64) - 16x^2$, que es una diferencia de dos cuadrados.
106. Factorice $x^4 + 4$ sumando y restando $4x^2$. (Vea el ejercicio 105).
107. Si $P(x) = x^2$, utilice la diferencia de dos cuadrados para simplificar $P(a + h) - P(a)$.
108. Si $P(x) = x^2$, utilice la diferencia de dos cuadrados para simplificar $P(a + 1) - P(a)$.

Factorice completamente.

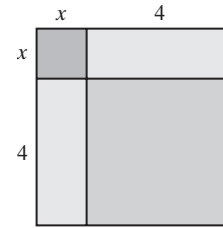
111. $64x^{4a} - 9y^{6a}$

113. $a^{2n} - 16a^n + 64$

115. $x^{3n} - 8$

109. **Suma de áreas** La figura muestra cómo *completar el cuadrado*. La suma de las áreas de las tres partes del cuadrado que están sombreadas en gris es

$$x^2 + 4x + 4x \quad \text{o} \quad x^2 + 8x$$



- Determine el área de la cuarta parte (en rojo) para completar el cuadrado.
 - Determine la suma de las áreas de las cuatro partes del cuadrado.
 - Este procedimiento ha dado como resultado un trinomio cuadrado perfecto en la parte **b)**. Escriba el trinomio cuadrado perfecto como el cuadrado de un binomio.
110. Factorice $(m - n)^3 - (9 - n)^3$.

112. $16p^{8w} - 49p^{6w}$

114. $144r^{8k} + 48r^{4k} + 4$

116. $27x^{3m} + 64x^{6m}$

En los ejercicios 117 y 118 utilice su calculadora graficadora para comprobar la factorización. Indique si la factorización es correcta o no. Explique sus respuestas.

117. $2x^2 - 18 \stackrel{?}{=} 2(x + 3)(x - 3)$

118. $8x^3 + 27 \stackrel{?}{=} 2x(4x^2 + 5x + 9)$

Reto

119. La expresión $x^6 - 1$ puede factorizarse usando la diferencia de dos cuadrados o la diferencia de dos cubos. Al principio los factores no parecen ser los mismos, pero con un poco de manipulación algebraica puede demostrarse que son iguales. Factorice $x^6 - 1$ mediante **a)** la diferencia de dos cua-

drados, y **b)** la diferencia de dos cubos. **c)** Muestre que ambas respuestas son iguales, factorizando completamente las respuestas obtenidas en la parte **a)**. Luego multiplique los dos binomios por los dos trinomios.

Actividad en grupo

Analice y responda en equipo el ejercicio 120.

120. Más adelante en el curso necesitaremos construir trinomios cuadrados perfectos. Examinen algunos trinomios cuadrados perfectos con coeficiente principal igual a 1.
- Si el trinomio $x^2 + bx + c$ es un trinomio cuadrado perfecto, expliquen cómo están relacionados b y c .

- Construyan un trinomio cuadrado perfecto, si los primeros dos términos son $x^2 + 6x$.
- Construyan un trinomio cuadrado perfecto, si los primeros dos términos son $x^2 - 10x$.
- Construyan un trinomio cuadrado perfecto, si los primeros dos términos son $x^2 - 14x$.

Ejercicios de repaso acumulativo

[2.1] 121. Simplifique $-2[3x - (2y - 1) - 5x] + 3y$.

[3.6] 122. Si $f(x) = x^2 - 3x + 6$ y $g(x) = 5x - 2$, determine $(g - f)(-1)$.

- [4.4] 123. **Ángulos** Un ángulo recto se divide en tres ángulos más pequeños. El más grande de los tres mide el doble del más pequeño. El ángulo restante mide 10° más que el ángulo más pequeño. Determine la medida de cada ángulo.

[5.4] 124. Factorice el máximo factor común de $45y^{12} + 60y^{10}$.

125. Factorice $12x^2 - 9xy + 4xy - 3y^2$.